

01

ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS

**QUE HACEN FRENTE A LAS PROBLEMÁTICAS PRESENTADAS
EN LA RESOLUCIÓN DE ECUACIONES CUADRÁTICAS**

ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS

QUE HACEN FRENTE A LAS PROBLEMÁTICAS PRESENTADAS EN LA RESOLUCIÓN DE ECUACIONES CUADRÁTICAS

DIDACTIC STRATEGIES THAT FACE THE PROBLEMS PRESENTED IN THE RESOLUTION OF QUADRATIC EQUATIONS

Vera Tamara Cerón-Estrada¹

E-mail: tamaraestrada934@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0009-0005-3855-7757>

¹Universidad Pablo Latapí Sarre. México.

Cita sugerida (APA, séptima edición)

Cerón-Estrada, V. T. (2023). Estrategias didácticas que hacen frente a las problemáticas presentadas en la resolución de ecuaciones cuadráticas. *Revista Mexicana de Investigación e Intervención Educativa*, 2(3), 5-12.

RESUMEN

El Álgebra, agiliza con mayor demanda la mente porque es la antesala para la matemática avanzada; el lenguaje simbólico desarrolla el pensamiento abstracto, aquel que se vale de las creaciones mentales que proyectan las soluciones a las que se pueden llegar. En este tenor, los obstáculos que presentan los estudiantes de Telesecundaria en la asignatura de Matemáticas tienen lugar al momento de resolver ecuaciones de segundo grado mediante fórmula general. Por ello que el objetivo de este ensayo es analizar las principales causas de la problemática antes mencionada y mostrar algunas estrategias didácticas que pueden contribuir a abatirla; para esto se llevó a cabo una revisión en diversas fuentes, siendo el método de análisis documental y la técnica de análisis de contenido los recursos idóneos para la sistematización de los mismos. Entre los hallazgos se encuentra que el origen de las problemáticas al resolver ecuaciones de segundo grado consta de un proceso complejo en el que convergen gran cantidad de factores que hacen del mismo, un tema que pone en evidencia lo sorprendente y vasto que es el Álgebra; por otra parte, estrategias como la gamificación, el aprendizaje activo, preguntas detonadoras o el método Polya son alternativas para eludir el tradicionalismo

Palabras clave:

Ecuaciones de segundo grado, errores, estrategias didácticas, Álgebra.

ABSTRACT

Algebra speeds up the mind with greater demand because it is the prelude to advanced mathematics; symbolic language develops abstract thought, the one that uses mental creations that project the solutions that can be reached. In this sense, the obstacles that Telesecundaria students present in the Mathematics subject occur when solving second degree equations using the general formula. For this reason, the objective of this essay is to analyze the main causes of the aforementioned problem and show some didactic strategies that can contribute to abate it; For this, a review was carried out in various sources, being the documentary analysis method and the content analysis technique the ideal resources for their systematization. Among the findings is that the origin of the problems when solving quadratic equations consists of a complex process in which a large number of factors converge that make it a topic that highlights how surprising and vast Algebra is; on the other hand, strategies such as gamification, active learning, trigger questions or the Polya method are alternatives to avoid traditionalism.

Keywords:

Quadratic equations, errors, didactic strategies, Algebra.

INTRODUCCIÓN

Desde hace ya varios años, la aplicación de pruebas estandarizadas que buscan evaluar la apropiación de los conocimientos entre los estudiantes principalmente en las áreas de lenguaje y comunicación, y pensamiento lógico matemático ha tenido un apogeo a nivel nacional e internacional. En el caso de México el examen del Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA, por sus siglas en inglés), es uno de los más importantes, el cual arroja un balance general y el respectivo comparativo correspondiente a la situación de los demás países que también participan.

De acuerdo con los resultados del 2018, los estudiantes mexicanos obtuvieron un puntaje por debajo de la media y solo alrededor del 1% es capaz de *“modelar situaciones complejas matemáticamente”* (Salinas et al., 2019) lo que los hace menos cualificados que sus homólogos en otros países; lo anterior partiendo de las calificaciones alcanzadas en contenidos relacionados con problemas de cantidad, espacio y forma, cambio y relaciones y probabilidad.

El impacto que puede tener esta problemática es muy variado, en el Informe PISA 2003 emitido por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (2004), se revela que los alumnos mexicanos al igual que los franceses, italianos, japoneses, coreanos, españoles y turcos manifiestan inseguridad, preocupación y estrés cuando se enfrentan a problemas matemáticos complejos, sentimientos que dan pauta al surgimiento del término ansiedad matemática mismo que reconoce la investigadora del Observatorio del Tecnológico de Monterrey, García-Bullé (2021), quien además lo define como *“la falta de confianza del estudiante en sus habilidades para aprender matemáticas y resolver problemas de esta materia”* está repercute negativamente en sus calificaciones y en un escenario muy extremo puede llegar hasta la deserción escolar.

La asignatura de Matemáticas forma parte del mapa curricular de la formación académica desde preescolar hasta secundaria, esto está firmemente asentado en los Aprendizajes Clave para la educación integral, Plan y programas de estudio para la educación básica (Secretaría de Educación Pública, 2017) de modo que, los contenidos van aumentando la gradualidad de dificultad a medida que se avance de ciclo escolar. El aprendizaje de las matemáticas es, por tanto, elemental a lo largo de la formación de cada individuo; si bien la aritmética es el pilar angular que sostiene gran parte de esta ciencia, el Álgebra viene implícita en el proceso y concretamente es hasta el nivel secundaria que los estudiantes se comienzan a familiarizar con ella.

Atendiendo las etapas del desarrollo cognitivo de Piaget (1991), es de esperarse que aquellas personas que pasen de los 12 años, se encuentran en el estadio de

operaciones formales, esto quiere decir que las estructuras que se van formulando son más complejas y su pensamiento pasa a ser más reflexivo a tal grado que pueden generar ideas para resolver problemas de mayor dificultad como lo son las ecuaciones. Por lo anterior, podría esperarse que el alumnado fuera capaz de explotar su pensamiento matemático para que así construyeran y se apropiaran del aprendizaje en situaciones más significativas que, dicho de otra manera, *“fomenta el desarrollo del razonamiento lógico, además de desarrollar la creatividad y la imaginación”* (López, 2019)

La presente investigación surge de la observación de estas problemáticas en el contexto escolar de los alumnos de nivel secundaria, específicamente en el subsistema de Telesecundaria; con el objeto de analizar el origen de los errores al resolver ecuaciones de segundo grado, pero a su vez enlistar estrategias didácticas diversificadas como una alternativa de solución.

METODOLOGÍA

Para la elaboración de este ensayo se desarrolló un estudio de revisión sistematizado el método de investigación de análisis documental permite retomar las investigaciones existentes relacionadas con el tema a desarrollar ya sea directa o indirectamente, aportando así información necesaria para comprender la realidad del entorno próximo.

Este método junto con la técnica de análisis de contenidos facilitó la selección, organización y análisis de diversas tesis, tesinas, informes de investigación y libros recuperados de internet con ayuda de las Tecnologías de la Información y la Comunicación. De esta manera, este trabajo, brindara a las personas que lo consulten, las herramientas necesarias para identificar los tipos de errores que pudieran estar presenciado o de los que incluso fueran participes.

DESARROLLO

Para la Matemática educativa, es importante determinar el grado de dominio que tienen los estudiantes respecto a un tema en cuestión, porque como respuesta se pueden precisar las principales dificultades que presentan al resolver problemas.

En secundaria, uno de los contenidos que se abordan en la asignatura de Matemáticas son las ecuaciones, mismas que desde el primer grado se tienen acercamientos para convertir el lenguaje común al algebraico.

Para poder entender la problemática, primero que nada, es necesario conocer qué es una ecuación, según Baldor (2001), considera se trata de una igualdad en la existen uno o más valores desconocidos, y esta puede ser sujeto de comprobación; por su parte, Morales (2017), sostiene que *“es el sistema de signos completamente simbólico que utiliza las matemáticas para expresar informaciones y*

operar sobre ellas con precisión y rigor a través de unas reglas y una lógica interna particulares, caracterizado por la generalización que le da el uso de la letra y por el significado que asume el signo”

Mientras que en la enciclopedia matemática Wolfram MathWorld retomada en Arcavi et al. (2017), y citado por Fernández & Molina (2018), *“es una declaración matemática que afirma que dos o más cantidades son las mismas unas que otras, también llamadas igualdad, fórmula o identidad”*. En tanto para Tossavainen et al. (2011), citado en Fernández & Molina (2018), *“es una afirmación matemática, dada en símbolos, que dice que dos objetos compatibles son los mismos o equivalentes”*.

En resumen, todos los autores convergen en que existe una paridad entre lo que se encuentra antes y después del signo , es así que para cerciorarse es necesario hacer una comprobación.

En lo que se refiera específicamente a las ecuaciones de segundo grado o ecuaciones cuadráticas son todas aquellas que, de acuerdo con Baldor (2001), *“una vez simplificada, el mayor exponente de la incógnita es 2”*, para hallar la solución de las mismas, es necesario sustituir los valores en la fórmula general . Este tipo de ecuaciones son las representan mayor complejidad entre los educandos pues son en ellas en donde cometen mayor número de errores.

Sobre este tema, Popper (1979), citado en Cervantes & Martínez (2007), enfatizan que los errores son *“defectos o averías que se producen durante el proceso de construcción del conocimiento o del desarrollo de las estructuras cognitivas, y son elementos usuales en el camino hacia el verdadero conocimiento, ya que al tratar de superarlos se pone en juego el ejercicio de la autocrítica, el sometimiento a prueba del conocimiento adquirido en diversos contextos y las diversas aproximaciones a la realidad construidas por el individuo”*.

Mientras que a juicio de Brousseau (1986), citado en Olmedo et al. (2015), el error puede radicar en los conocimientos previos que se emplean inadecuadamente, esto aunado a la posible incertidumbre, pasa a ser un obstáculo; en cambio, Rico (1995), contextualiza el término desde un caso cotidiano, pues a decir de él, al desacertrar una respuesta en un planteamiento matemático esta pasa a ser errónea, por lo tanto, se le conoce como error a la solución concebida (Yuste, 2008).

Las concepciones anteriores coinciden en cierta medida con Henostroza (1997), citado en Lucchini et al. (2006), que sostiene que los errores emanan tras *“considerar como verdaderos, conceptos y/o procedimientos deficientemente desarrollados, que incluyen ideas contradictorias o interpretaciones y justificaciones falsas”*.

Ahora bien, después de una búsqueda exhaustiva, se puede decir que el error de puede clasificar en seis tipos

diferentes, de acuerdo a la naturaleza de mismo. El primero de ellos, el error de codificación en donde las dificultades comienzan desde que los estudiantes deben de trasladar el lenguaje común al lenguaje algebraico, pues les es muy complicado sino no es que hasta imposible utilizar incógnitas, exponentes, y símbolos, es como si para ellos, Matemáticas solo fuera Aritmética. Gavilán (2011), considera que estos errores de codificación son más que comunes y apenas el principio del problema *“no saben escribir ni resolver las ecuaciones que reflejan las relaciones entre los datos y la incógnita... el lenguaje algebraico es preciso, obedece a unas reglas exactas y carece de significado si no se interpretan rigurosamente sus símbolos”*.

Los errores relativos al mal uso de la sustitución numérica, siguiendo con Morales (2017), quien también hace un acercamiento a aquellos valores que en ningún momento antes se habían tratado dentro de la ecuación por lo tanto no tienen razón de ser en el desarrollo de la misma; errores relativos a ignorar, omitir o agregar la letra, en donde esta última hace referencia a la incógnita, es añadida o anulada en cualquier punto de la ecuación esto principalmente porque por lo general no saben cómo manejarla a medida que se hace el desarrollo; errores relativos a cálculos numéricos, en donde a medida que van desarrollando la ecuación, poco a poco la reducción de términos semejantes demanda que se realicen algunas operaciones, sin embargo, el alumnado comente errores al sumar, restar, dividir, multiplicar, elevar a alguna potencia o sacar raíz; que a decir de Morales (2017), estos errores son relativos a cálculos numéricos esto quiere decir que se erra al momento de ejecutar las operaciones, mismo del que hablan Gómez & Lamothe (2009).

En cuanto a los errores de truncamiento, Cervantes & Martínez (2007), reconocen la omisión de algún componente de las fórmulas como un error de truncamiento, como consecuencia a partir de que se comete esta falta lo subsecuente estará mal; y por último, los errores por asociaciones o inferencias incorrectas, retomando a Olmedo, Galíndez, Peralta y Di Bárbaro (2015) quienes consideran que la inferencia o asociación con ejercicios semejantes no siempre ayuda a encontrar el resultado pues generalizan los procesos y pasan por alto alguna o algunas particularidades.

Para el ciclo escolar 2021-2022, la escuela Telesecundaria 363 “Ramón G. Bonfil” ubicada en la comunidad de Ulapa de Melchor Ocampo, municipio de Tetepango, Hidalgo, tenía un total de 73 alumnos, el grupo de tercer grado lo conformaban 26 estudiantes, de los cuales el 57.1% reprobó el examen de diagnóstico de la Comisión Nacional para la Mejora Continua de la Educación, MEJORED (el cual fue aplicado a nivel nacional para evaluar los aprendizajes relevantes que debieron de haber permeado el ciclo escolar anterior), específicamente en la unidad que contempla al número, algebra y variación, esto refleja las

debilidades, pero al mismo tiempo las áreas de oportunidad que permean entre el colectivo. Partiendo de estos datos, se puede decir que este grupo de alumnos era más propenso a presentar problemas relacionados con Álgebra, especialmente en la resolución de ecuaciones ya que este tipo de ejercicios requiere de un razonamiento más complejo. Es por ello que a partir del ciclo escolar en curso se han buscado distintas estrategias a fin de abatir la problemática detectada, y hacer de esa debilidad una fortaleza.

Es importante señalar que las matemáticas son de gran importancia, por muchos años han sido la base de las civilizaciones; por lo tanto, al momento de trasladarlas al aula se vuelven elementales a lo largo de toda la vida escolar, es ahí donde se trabaja con el planteamiento y resolución de problemas.

Adquirir actitudes positivas y críticas hacia las matemáticas: desarrollar confianza en sus propias capacidades y perseverancia al enfrentarse a problemas, disposición para el trabajo colaborativo y autónomo, curiosidad e interés por emprender procesos de búsqueda en la resolución de problemas, además de comprender y poner en práctica la jerarquía de operaciones; de esta manera mejorar la comprensión de texto en lenguaje algebraico.

Las estrategias de enseñanza se definen de acuerdo con Nolasco (2014), como *“los procedimientos o recursos utilizados por los docentes para lograr aprendizajes significativos en los alumnos”*. Independientemente del área del conocimiento lo ideal es que el titular del grupo tenga la plena libertad de elegir, las que desde su experiencia considera mejores estrategias de enseñanza para la resolución de problemas. En Álgebra y dadas las características de las ecuaciones de segundo grado, es deseable que se establezca un método que guíe paso a paso el proceso, pero que a su vez despierte la curiosidad, la reflexión, el pensamiento crítico y la capacidad de respuesta de los discentes. Una buena opción son los métodos heurísticos que actúan como estrategias generales que encaminan a quien está siendo puesto a prueba y con los cuales hay una casi nula posibilidad de desviarse en el proceso, es ahí donde se consolidará su destreza y habilidades para hallar el resultado de una forma más natural.

Por lo que se refiere a la didáctica en las matemáticas es deseable que se dé como lo plantea Houssaye (1988), en su triángulo pedagógico, modelo en que hace énfasis en las fases que tienen el proceso de enseñanza, al inicio el docente es el experto y protagonista, dejando en desventaja al estudiante que puede no haber tenido un acercamiento anteriormente con el tema o en su defecto sus conocimientos son limitados y por lo tanto no puede existir dominio alguno de su parte. A medida que el maestro instruye a su pupilo, habrá un despunte en su aprendizaje, que le permitirá saber aquello que desconocía. No en todos los casos se corre con la suerte, por llamarla de una forma, de que se cumpla con estas etapas, es ahí

cuando el rezago educativo se hace presente, poniendo en evidente desventaja a los jóvenes respecto a otros de su misma edad.

Iniciar las sesiones con preguntas detonadoras que rescaten los conocimientos previos o para retomar ideas de la clase anterior, mantiene alerta a los estudiantes, así poco a poco muestran más soltura y dejan a lado la apatía, aunque no en todos los casos. Por ejemplo, al inicio de las clases cuestionarlos acerca de las partes de las ecuaciones o solicitar verbalizaran la fórmula general.

Además, el aprendizaje activo también da pauta para que los alumnos más avanzados, motivados por su deseo de seguir ejercitando, de manera natural y sin que se les solicite, se convierten en tutores de sus compañeros que tenían ritmos de aprendizaje más lentos.

Todavía más, parafraseando a Polya (1965), para resolver un problema, es necesario apegarse a cuatro pasos esenciales: comprenderlo, partiendo de los datos con los que se cuenta, determinando la incógnita y la condición, en caso de existir; concebir un plan, aquí se apuesta a la retrospectiva ya que se busca relacionar el problema planteado con algún otro con el se haya tenido acercamiento anteriormente; ejecutar el plan, se caracteriza por ser muy metódico; y reflexionar sobre la solución obtenida, esta debe de ser factible, verificable y aplicable a problemas de una naturaleza semejante.

¿Cómo trabajarlo dentro del aula? en un inicio para que no sientan transgredida abruptamente la forma en la que vienen trabajando, comentarles que para comprender mejor un problema es recomendable fragmentarlo en partes para que de esta manera comprendan mejor la información que se les proporciona e identifiquen qué es lo que deben de hallar, posteriormente relacionar todos esos datos con la fórmula general y poner en marcha el plan para que deje de ser solo una idea, con esto ya tendrían un proceso con el cual podrían sustentar su resultado, pero para que no haya espacio para errores deben de hacer una comprobación que les permita verificar si realmente lo que realizado es correcto. De esta forma tan sutil y sin que ellos en ese momento sepan, ya estarían trabajando con el método Polya. Luego de un par de sesiones, se les presenta de manera oficial, pero para ese momento, ellos ya estarán familiarizados con él y no lo verán como una imposición u ocurrencia.

Para darle un toque más llamativo se puede echar mano en distintos momentos de la clase de la gamificación como un medio que está orientado a los resultados de aprendizaje y que puede servir como retroalimentación, pues a decir de Villalustre (2015), y retomado por Zepeda et al. (2016), esta técnica “nos da la posibilidad de poder darle una mecánica de interés, emoción y diversión a todas las actividades a realizar” y de esta forma acortar la distancia entre la situación actual y los conocimientos nuevos del estudiantado. Por ejemplo, apoyándose del

juego de “la papa caliente” en donde con ayuda de una pelota de esponja, que se lanza a las manos de un alumno o alumna se asigna la participación para que me apoyen pasando al pizarrón y realicen el paso siguiente del procedimiento en turno o en su defecto compartan alguna respuesta con sus compañeros si es que el trabajo ha sido realizado individualmente; de esta forma también se activaba la participación pues la pelota al ser lanzada al azar y los alumnos estar a la expectativa y procuran estar atentos o tener su trabajo completo.

En el mismo tenor, en una sesión podría dividirse al grupo en 2 equipos procurando que queden balanceados en cuanto a sus ritmos y estilos de aprendizaje, las indicaciones serían las siguientes:

- En colectivo seleccionen un nombre creativo para su equipo.
- Se resolverán dos problemas relacionados con ecuaciones de segundo grado, mismos que habrán de resolver paso a paso con ayuda del método Polya.

Problema 1: halla el lado de un cuadrado tal que la suma de su área más su perímetro es numéricamente igual a 252.

Problema 2: Ana tiene dos años más que su prima Lidia. Encuentra las edades de las dos niñas si se sabe que el producto de las mismas es 99.

- La participación será alternada, es decir un paso me lo dirá un integrante del equipo 1, el siguiente el equipo 2 y así sucesivamente hasta terminar.
- Por cada acierto, el equipo gana una palomita.
- En caso de que el alumno o alumna se equivoque en la respuesta, su equipo será acreedor a una tache y en automático será el turno para el siguiente equipo.
- El equipo que junte 3 taches pierde su oportunidad de participar en el resto del proceso y/o comprobación y el equipo contrario tiene oportunidad de reunirse (hacer team back) y seleccionar a un representante para que pase al pizarrón a resolver lo que faltaba.
- Cada equipo tendrá solo un comodín y lo podrá utilizar en cualquier momento. Quien así lo decida habrá de lanzar el dado para ver que le toca. Entre las opciones están:
 - » Pasas.
 - » La maestra te da una pista.
 - » Tira otra vez.
 - » Pasa tu turno a otro jugador de tu equipo.
 - » Sigue participando.
 - » Más suerte para la próxima.
- El equipo que más palomitas junte al término de la resolución de ambos problemas, recibirá un premio.

Con esta actividad, los alumnos elevan su motivación, pues no lo ven como un trabajo escolar, sino como un

juego. Además, de ser más retador porque compiten entre ellos mismos y los motiva el premio que podían ganar al finalizar en caso de verse beneficiados con el marcador. Asimismo, se da inherentemente el trabajo colaborativo porque entre ellos se impulsa a no dejar pasar su oportunidad para intervenir, en voz baja se puede llegar a escuchar como es que comparten sus posibles respuestas, las comparan entre todos los integrantes y cuando estas no convergen, rápidamente tratan de buscar en donde se han equivocado.

Al mismo tiempo, con el objeto de que los estudiantes eludan el error que cometen al asignar los valores de y y x , es viable implementar el aprendizaje por asociación, en donde por medio del uso de colores relacionan el valor de los coeficientes con las letras tanto en la forma completa de una ecuación de segundo grado como en la fórmula general y como resultado podrían responder asertivamente en un mayor porcentaje.

Todas estas estrategias, técnicas y método convergen con algunas de las prácticas de enseñanza que reconoce el National Council of Teachers of Mathematics (2015), citado en Espeleta et al. (2016), para una educación matemática de alta calidad: *“La enseñanza eficaz de las matemáticas involucra a los estudiantes en tareas de resolución y análisis, las cuales promueven el razonamiento matemático y la resolución de problemas... Para garantizar que los alumnos tengan la oportunidad de comprometerse con un pensamiento de alto nivel, los docentes deben seleccionar e implementar en forma regular tareas que estimulen el razonamiento y la resolución de problemas. Dichas tareas alientan el razonamiento y el acceso a las matemáticas mediante diversas formas de abordar los problemas, que incluyen la utilización de variadas representaciones y herramientas, así como la resolución de problemas a través de diferentes estrategias de solución”*

En cuanto al instrumento de evaluación empleado, la siguiente lista de cotejo retoma los criterios con los que se adaptan mejor para medir el avance de estudiantado, respecto a los errores que dejan de cometer al momento de resolver ecuaciones de segundo grado.

Tabla 1. Criterios para medir el avance de los estudiantes.

El alumno/la alumna...	Si	No	Observaciones
Comprende los problemas (identifica los datos con los que cuenta y las incógnitas, respectivamente)			
Concibe y ejecuta el plan (presenta un procedimiento antes de llegar a la resolución en ambos problemas)			
Tiene una visión retrospectiva (presenta las comprobaciones para verificar los resultados)			

Presenta errores...			
De codificación			
Relativos al mal uso de la sustitución numérica			
Relativos a ignorar, omitir y agregar la letra			
Relativos a cálculos numéricos			
De truncamiento			
Por asociaciones o inferencias incorrectas			

CONCLUSIONES

En conclusión, la implementación de estrategias didácticas efectivas puede desempeñar un papel fundamental en la reducción de las problemáticas presentadas al resolver ecuaciones cuadráticas. Durante el desarrollo de este ensayo, se han examinado cuatro opciones prometedoras: el método Polya, la gamificación, el aprendizaje por asociación y el aprendizaje activo.

El método Polya ofrece un marco estructurado para abordar problemas matemáticos, incluidas las ecuaciones cuadráticas. Su enfoque basado en la comprensión y resolución sistemática de los problemas fomenta el razonamiento lógico, el pensamiento crítico y la creatividad. Al guiar a los estudiantes a través de las etapas de comprensión, planificación, ejecución y revisión, el método Polya les brinda las herramientas necesarias para resolver ecuaciones cuadráticas de manera más eficiente y efectiva.

Además, la gamificación ha demostrado ser una estrategia didáctica altamente motivadora y envolvente. Mediante el uso de elementos de juego, como desafíos, recompensas y competencias, se puede generar un ambiente lúdico que incentiva a los estudiantes a enfrentar las ecuaciones cuadráticas con entusiasmo y determinación. Esta aproximación no solo aumenta la participación y el interés de los alumnos, sino que también promueve el desarrollo de habilidades matemáticas clave a medida que se enfrentan a desafíos y resuelven problemas.

Por último, el aprendizaje activo brinda a los estudiantes la oportunidad de involucrarse activamente en su propio proceso de aprendizaje. A través de actividades prácticas, como ejercicios de resolución de problemas en grupo, debates y proyectos, los estudiantes pueden explorar y aplicar conceptos relacionados con las ecuaciones cuadráticas de manera significativa. Esta participación activa

les permite construir su conocimiento, colaborar con sus compañeros y desarrollar habilidades de pensamiento crítico y resolución de problemas que son esenciales para enfrentar con éxito las ecuaciones cuadráticas.

Finalmente, la combinación de estrategias didácticas puede ser altamente efectiva para reducir las problemáticas presentadas al resolver ecuaciones cuadráticas. Estas estrategias promueven la comprensión profunda, la motivación y la participación activa de los estudiantes, fomentando un ambiente propicio para el aprendizaje y el dominio de las habilidades matemáticas necesarias. Al implementar estas estrategias de manera adecuada, los educadores pueden ayudar a los estudiantes a superar las dificultades y lograr un mayor dominio en la resolución de ecuaciones cuadráticas, preparándolos para futuros desafíos matemáticos y proporcionándoles herramientas valiosas para su desarrollo académico y personal.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Baldor, A. (2001). *Álgebra*. Publicaciones Cultural.
- Cervantes, G., & Martínez, R. (2007). *Sobre algunos errores comunes en desarrollos algebraicos*. Zona Próxima.
- Espeleta, A., Fonseca, A., & Zamora, W. (2016). *Estrategias didácticas para la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática*. Universidad de Costa Rica.
- Fernández, E., & Molina, M. (2018). *Ejemplos y definiciones de ecuaciones: una ventana hacia el conocimiento conceptual de estudiantes de secundaria*. PNA Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática.
- García-Bullé, S. (2021). *¿Qué es el aprendizaje activo?* <https://observatorio.tec.mx/edu-news/aprendizaje-activo>
- Gavilán, P. (2011). *Dificultades en el paso de la aritmética al álgebra escolar: ¿puede ayudar el Aprendizaje Cooperativo?* Universidad de Alcalá de Henares.
- Gómez, N., & Lamothe, M. (2009). *El tratamiento de errores en el aprendizaje de procedimientos algebraicos*. EduSol, 9(26), 73-85.
- Houssaye, J. (1988). *El triángulo pedagógico*. Lang.
- López, M. (2019). *El pensamiento matemático*. <http://www.educacion.michoacan.gob.mx/wp-content/uploads/2019/02/1er-lugar.pdf>
- Lucchini, G., Cuadrado, B., & Tapia, L. (2006). *Los errores y dificultades en el aprendizaje de la matemática de niños y jóvenes estudiantes*. Fundación Educacional Arauco.
- México. Secretaría de Educación Pública. (2017). *Aprendizajes Clave para la educación integral, Plan y programas de estudio para la educación básica*. SEP.

- Morales, S. (2017). *Errores que presentan estudiantes de undécimo, en el uso del lenguaje algebraico*. Universidad Pedagógica Nacional.
- Nolasco, M. (2014). *Estrategias de enseñanza en educación*. Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo.
- Olmedo, N., Galíndez, M., Peralta, J., & Di Bárbaro, M. (2015). *Errores y concepciones de los alumnos en álgebra*. (Ponencia). XIV CIAEM-IACME. Chiapas, México.
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico. (2004). *Informe PISA 2003. Aprender para el mundo del mañana*. Santillana.
- Piaget, J. (1991). *Seis estudios de psicología*. Editorial Labor, S.A.
- Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. Trillas.
- Rico, L. (1995). *Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas*. En, J. Kilpatrick, L. Rico, y P. Gómez (Eds.), Educación Matemática. Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de problemas. Evaluación. Historia. (pp. 69-108). Una empresa docente.
- Salinas, D., De Moraes, C., & Schwabe, M. (2019). *Programa para la evaluación internacional de alumnos (PISA) PISA 2018 - Resultados*. OCDCE.
- Yuste, P. (2008). Ecuaciones cuadráticas y procedimientos algorítmicos. Diofanto y las matemáticas en Mesopotamia THEORIA. Revista de Teoría, Historia y Fundamentos de la Ciencia, 23(2), 219- 244.
- Zepeda, S., Abascal, R., & López, E. (2016). *Integración de gamificación y aprendizaje activo en el aula*. Ra Ximhai, 12(6), 315-325.